

به نام خدا

هدایت خودکار ربات های پرنده

جلسه هفتم: هندسه سه بعدی

دو بعدی :

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

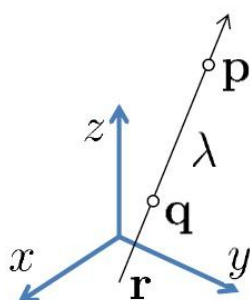
بردار :

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$$

مختصات همگن :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \\ \tilde{w} \end{pmatrix} \in \mathbb{P}^3$$

خط سه بعدی $\mathbf{r} = (1 - \lambda)\mathbf{p} + \lambda\mathbf{q}$ بین دو نقطه \mathbf{p} و \mathbf{q} که $\lambda \in \mathbb{R}$ و $0 \leq \lambda \leq 1$



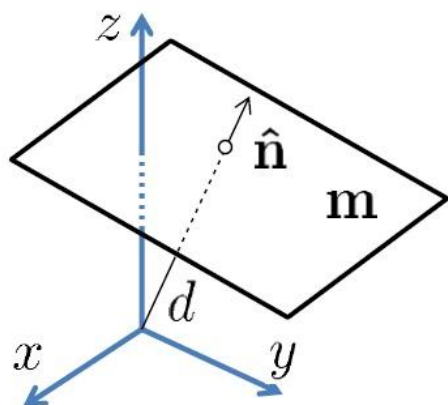
$$\tilde{\mathbf{m}} = (a, b, c, d)^\top$$

معادله صفحه سه بعدی :

$$\bar{\mathbf{x}} \cdot \tilde{\mathbf{m}} = ax + by + cz + d = 0$$

صفحه نرمالیزه شده :

$$\mathbf{m} = (\hat{n}_x, \hat{n}_y, \hat{n}_z, d)^\top = (\hat{\mathbf{n}}, d)$$

با بردار نرمالیزه شده $\|\hat{\mathbf{n}}\| = 1$ و فاصله d

انتقال :

$$\tilde{\mathbf{x}}' = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{pmatrix}}_{4 \times 4} \tilde{\mathbf{x}}$$

انتقال اقلیدسی (دوران + انتقال) :

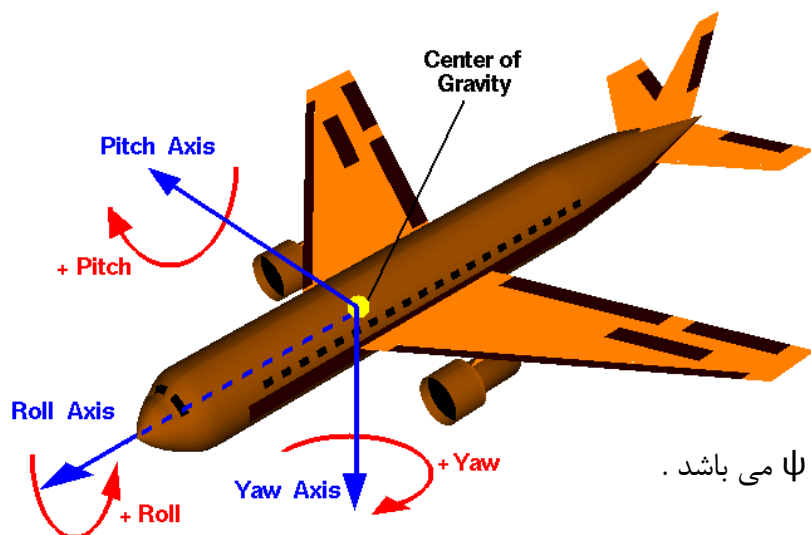
$$\tilde{\mathbf{x}}' = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{x}}$$

انتقال $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^3$ و دوران $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ دارای سه درجه آزادی هستند .

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ماتریس دوران R یک ماتریس 3*3 اورتوگنال می باشد .

زوایای اویلر :



زاویه های رول ، پیچ و یاو زاویه های بسیار

پر کاربرد در ناوبری هوایی هستند .

این زوایا ، گردش حول محور های X ، Y و Z

هستند .

نماد زاویه رول ϕ ، نماد زاویه پیچ θ و نماد زاویه یاو ψ می باشد .

ماتریس دوران :

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_Z(\psi)\mathbf{R}_Y(\theta)\mathbf{R}_X(\phi)$$

تبدیل به ماتریس دوران 3*3 :

$$= \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix}$$

تبدیل از ماتریس دوران 3*3 :

$$\phi = \text{Atan2} \left(-r_{31}, \sqrt{r_{11}^2 + r_{21}^2} \right)$$

$$\psi = -\text{Atan2} \left(\frac{r_{21}}{\cos(\phi)}, \frac{r_{11}}{\cos(\phi)} \right)$$

$$\theta = \text{Atan2} \left(\frac{r_{32}}{\cos(\phi)}, \frac{r_{33}}{\cos(\phi)} \right)$$

جلسه بعدی : موتور ها و کنترل کننده های موتور

پایان جلسه هفتم

WWW.AVATROBO.IR

تهیه کننده آرش روشنی

پخش این جلسه های آموزشی در سایت های مختلف به شرط عدم دست کاری (حفظ منبع انتشار) بلامانع می باشد.