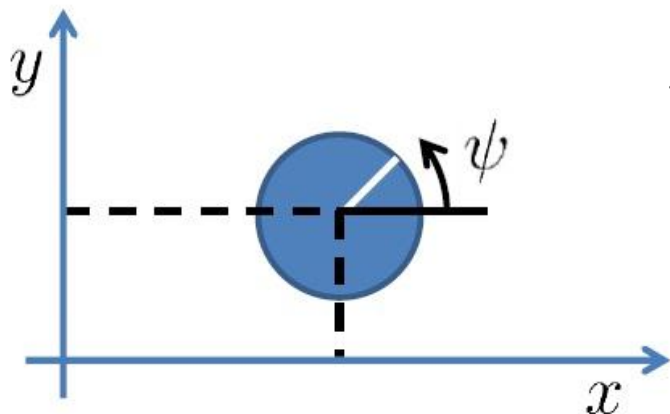


## به نام خدا

### هدایت خودکار ربات های پرنده

#### جلسه ششم: مثال ربات دو بعدی

ربات در مکانی در مختصات دو بعدی قرار دارد .



پارامتر های موقعیت ربات  $x$  و  $y$  و جهت  $\psi$  ( زاویه یابو ) هستند .

موقعیت ربات با ماتریس تبدیل زیر نمایش داده می شود .

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & x \\ \sin \psi & \cos \psi & y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \text{SE}(2) \subset \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

ربات در مختصات زیر قرار داده شده است :

$$x = 0.7$$

$$y = 0.5$$

$$\psi = 45^\circ$$

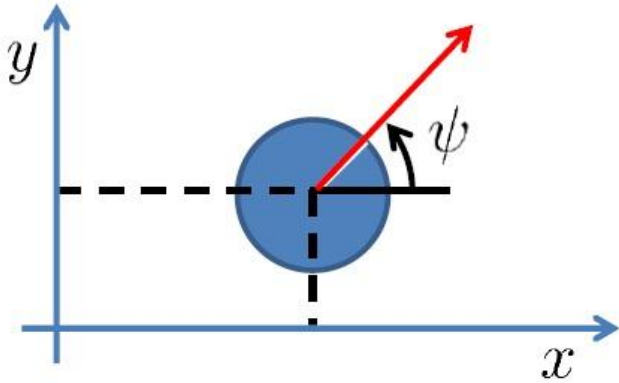
ماتریس موقعیت به صورت زیر در می آید :

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \cos 45 & -\sin 45 & 0.7 \\ \sin 45 & \cos 45 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.71 & -0.71 & 0.7 \\ 0.71 & 0.71 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

اگر یک متر به جلو برویم ، مختصات موقعیت چگونه خواهد شد ؟

برای رسیدن به مختصات مورد نظر باید چطور حرکت کنیم ؟

مختصات محلی در یک متر جلوتر به صورت زیر است :



$$\tilde{\mathbf{p}}_{\text{local}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

مختصات جهانی موقعیت ربات بعد از یک متر جلو رفتن به صورت زیر به دست می آید :

$$\tilde{\mathbf{p}}_{\text{global}} = \mathbf{X}\tilde{\mathbf{p}}_{\text{local}} = \begin{pmatrix} 0.71 & -0.71 & 0.7 \\ 0.71 & 0.71 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.41 \\ 1.21 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ما مختصات محلی را به مختصات جهانی تبدیل کردیم.

گاهی نیاز داریم این عملیات برعکس انجام شود یعنی مختصات جهانی را به مختصات محلی تبدیل کنیم ، چه طور این کار را انجام دهیم ؟

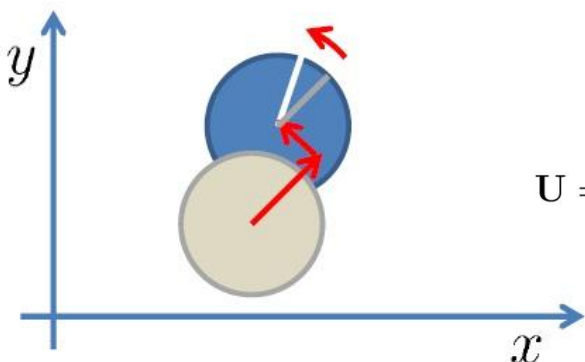
$$\tilde{\mathbf{p}}_{\text{global}} = \mathbf{X}\tilde{\mathbf{p}}_{\text{local}} = \begin{pmatrix} R & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{p}}_{\text{local}}$$

$$\tilde{\mathbf{p}}_{\text{local}} = \mathbf{X}^{-1}\tilde{\mathbf{p}}_{\text{global}} = \begin{pmatrix} R^{\top} & -R^{\top}\mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{p}}_{\text{global}}$$

حالا در نظر داریم چند حرکت را با هم انجام دهیم :

ربات 0.2 متر به سمت جلو ، 0.1 متر به سمت پهلو حرکت می کند و 10 درجه می چرخد .

تبدیل اقلیدسی :



$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \cos 10 & -\sin 10 & 0.2 \\ \sin 10 & \cos 10 & 0.1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.98 & -0.17 & 0.2 \\ 0.17 & 0.98 & 0.1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

بعد از این حرکت ها ، ربات به موقعیت زیر می رسد :

$$\mathbf{X}' = \mathbf{XU} = \begin{pmatrix} 0.71 & -0.71 & 0.7 \\ 0.71 & 0.71 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.98 & -0.17 & 0.2 \\ 0.17 & 0.98 & 0.1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \dots$$

مهم : ضرب ماتریس ها قابلیت جابجایی ندارد .  $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$

به طور مثال همان طور که در تصویر می بینید ، موقعیت به دست آمده از

ابتدا حرکت یک متر به سمت جلو و سپس 90 درجه چرخش به چپ با موقعیت

به دست آمده از ابتدا 90 درجه چرخش به چپ و سپس یک متر به سمت

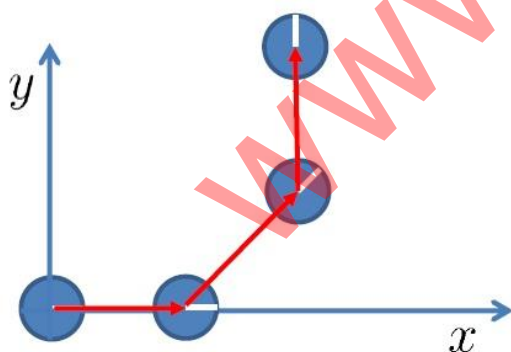
جلو با یکدیگر فرق می کند .

چگونه می توان موقعیت ربات را تخمین زد ؟

- مدل های مبتنی بر کنترل ، موقعیت را با توجه به اثرات ناشی از دستورات کنترلی تخمین می زنند .
- مدل های مبتنی بر ادومتری (odometry یا همان فاصله سنجی ) ، موقعیت را با استفاده از سنسور های فاصله سنجی که ربات به آن ها مجهز شده است تخمین می زنند .
- مدل های مبتنی بر سرعت ، موقعیت ربات را با توجه به سرعت چرخش موتور ها تخمین می زنند .

مدل های حرکت :

تخمین موقعیت فعلی ( $\mathbf{X}_t$ ) ربات با توجه به اثرات کنترلی ( $\mathbf{u}_t$ ) و موقعیت قبلی ( $\mathbf{X}_{t-1}$ ) ربات .



$$\mathbf{X}_t = f(\mathbf{X}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$$

سوالات خود را در قسمت مربوط به همین جلسه در سایت زیر مطرح بفرمایید.

پایان جلسه پنجم

[WWW.AVATROBO.IR](http://WWW.AVATROBO.IR)

تهیه کننده : آرش روشنی

پخش این جلسه های آموزشی در سایت های مختلف به شرط عدم دست کاری (حفظ منبع انتشار) بلامانع می باشد.