

به نام خدا

هدایت خودکار ربات های پرنده

جلسه پنجم: هندسه دو بعدی

دو بعدی :

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

بردار :

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

مختصات همگن :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{w} \end{pmatrix} \in \mathbb{P}^2$$

تبدیل به مختصات نا همگن از طریق تقسیم بر عنصر آخر :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{w} \end{pmatrix} = \tilde{w} \begin{pmatrix} \tilde{x}/\tilde{w} \\ \tilde{y}/\tilde{w} \\ 1 \end{pmatrix} = \tilde{w} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \tilde{w} \bar{\mathbf{x}}$$

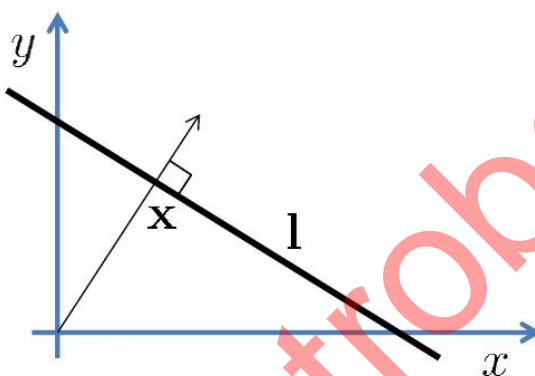
نقاط با $\tilde{w} = 0$ نقاط ایده آل نامیده می شوند .

خط :

$$\tilde{\mathbf{l}} = (a, b, c)^T$$

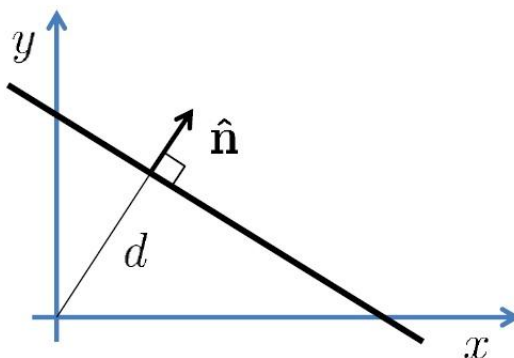
معادله خط :

$$\bar{\mathbf{x}} \cdot \tilde{\mathbf{l}} = ax + by + c = 0$$



معادله خط نرمالیزه شده :

$$\tilde{\mathbf{l}} = (\hat{n}_x, \hat{n}_y, d)^T = (\hat{\mathbf{n}}, d)^T$$

که در این معادله $\|\hat{\mathbf{n}}\| = 1$ و d فاصله خط تا مرکز می باشد .

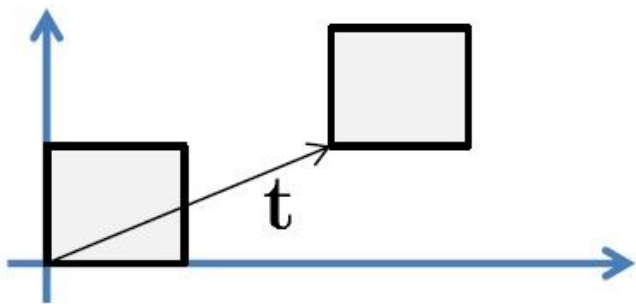
خط واصل بین دو نقطه :

$$\tilde{\mathbf{l}} = \tilde{\mathbf{x}}_1 \times \tilde{\mathbf{x}}_2$$

نقطه تقاطع دو خط :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{l}}_1 \times \tilde{\mathbf{l}}_2$$

انتقال :



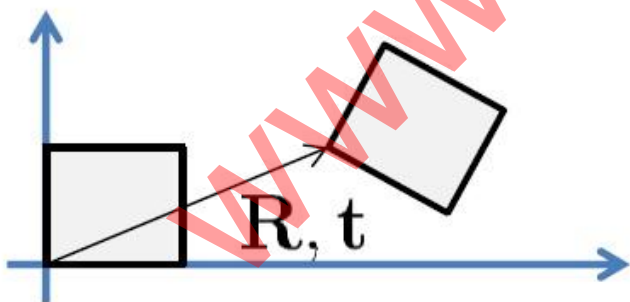
$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{t}$$

$$\mathbf{x}' = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{pmatrix}}_{2 \times 3} \bar{\mathbf{x}}$$

$$\tilde{\mathbf{x}}' = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{pmatrix}}_{3 \times 3} \tilde{\mathbf{x}}$$

که \mathbf{t} بردار انتقال، \mathbf{I} ماتریس واحد و $\mathbf{0}$ بردار صفر هستند .

انتقال و چرخش :



$$\mathbf{x}' = \mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{t}$$

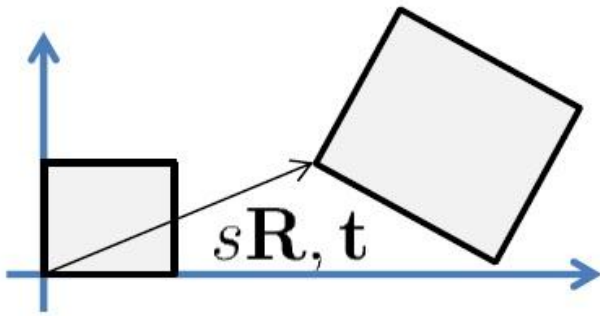
یا

$$\tilde{\mathbf{x}}' = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{x}}$$

که در آن $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ یک ماتریس اورتگنال است ($\mathbf{R}\mathbf{R}^\top = \mathbf{I}$) .

فاصله ها و زاویه ها ثابت مانده اند .

تغییر اندازه و انجام چرخش :



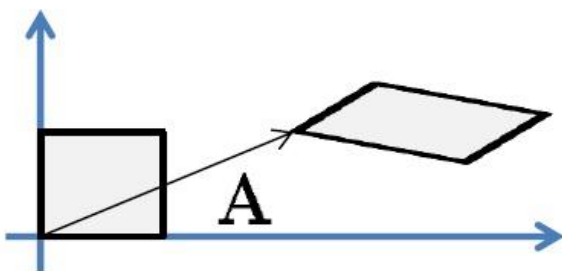
$$\mathbf{x}' = s\mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{t}$$

یا

$$\tilde{\mathbf{x}}' = \begin{pmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{x}}$$

زاویه بین خطوط ثابت می ماند .

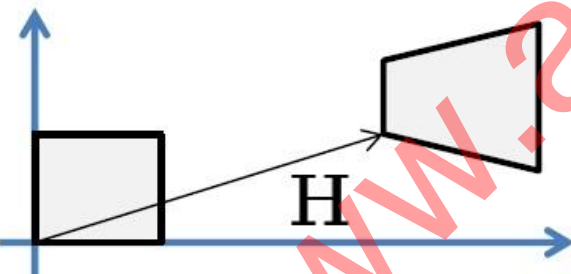
انتقال وابسته :



$$\tilde{\mathbf{x}}' = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{x}}$$

خطوط موازی ، موازی باقی می مانند .

تصویر بر روی یک صفحه :



$$\tilde{\mathbf{x}}' = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{x}}$$

توجه داشته باشید که H همگن است .

مختصات های نتیجه ، همگن هستند .

نگران نباشید دوستان ، در جلسه های بعدی کاربرد این جلسات را می فهمید . ☺

پایان جلسه چهارم

WWW.AVATROBO.IR

تهیه کننده آرش روشنی

پخش این جلسه های آموزشی در سایت های مختلف به شرط عدم دست کاری (حفظ منبع انتشار) بلامانع می باشد.